

超音波距離センサーによる力学台車の運動の測定

愛知県立津島東高校 理科学研究部 1年 木島圭吾

1 はじめに

物理基礎の授業において、斜面を下る台車の運動が等加速度直線運動であることを学んだ。中学の理科の実験では記録タイマーを利用した台車の運動の時間と移動距離との関係を求めたが、その実験では点ごとの測定間隔がおおよそ 0,1 秒と長く、安定した数値が出せなかった。また、記録テープは物体の運動を阻害することも懸念される。

そこで私たちは超音波距離センサーを利用して台車の運動の測定を行うことを試みた。超音波距離センサーではおおよそ 0.015 秒間隔で測定できるのに加え、超音波は物体の運動を阻害しないことから、精密な測定ができると期待される。

超音波距離センサーとは、私たち人間の耳には聞こえない高周波の音を出力し、反射物に当たって返ってくるまでの時間を計測してその距離を測定する。物体などが近づいたり遠ざかったりする様子を測定することができる。Arduino による超音波距離センサーの制御プログラムは本文最後に添付した。

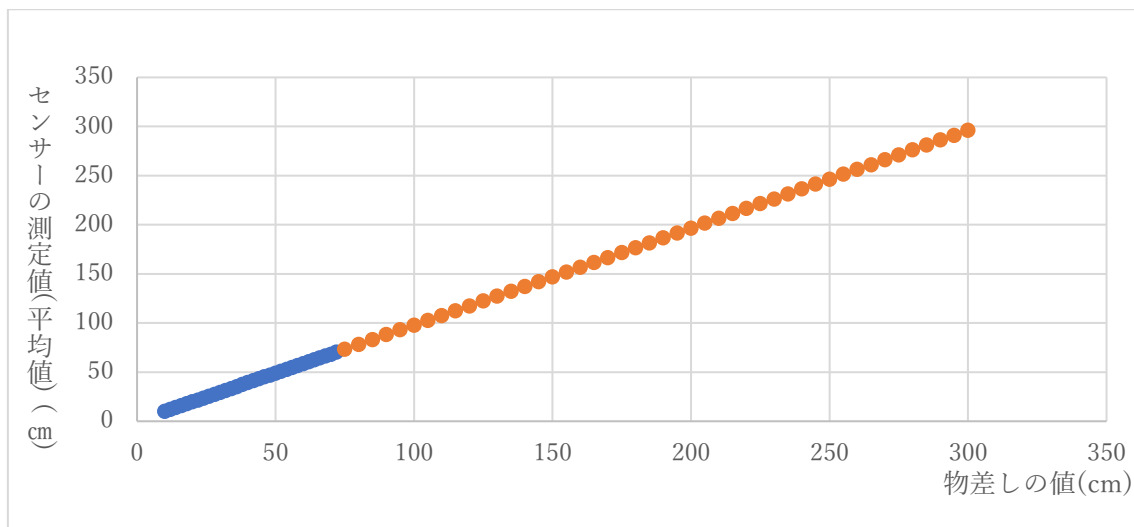
2 実験の準備

(1)準備するもの

超音波距離センサー (HC-SR04)、Arduino UNO、三輪力学台車 2 台、
斜面に用いる柵板、押引両用ばねばかり、分度器

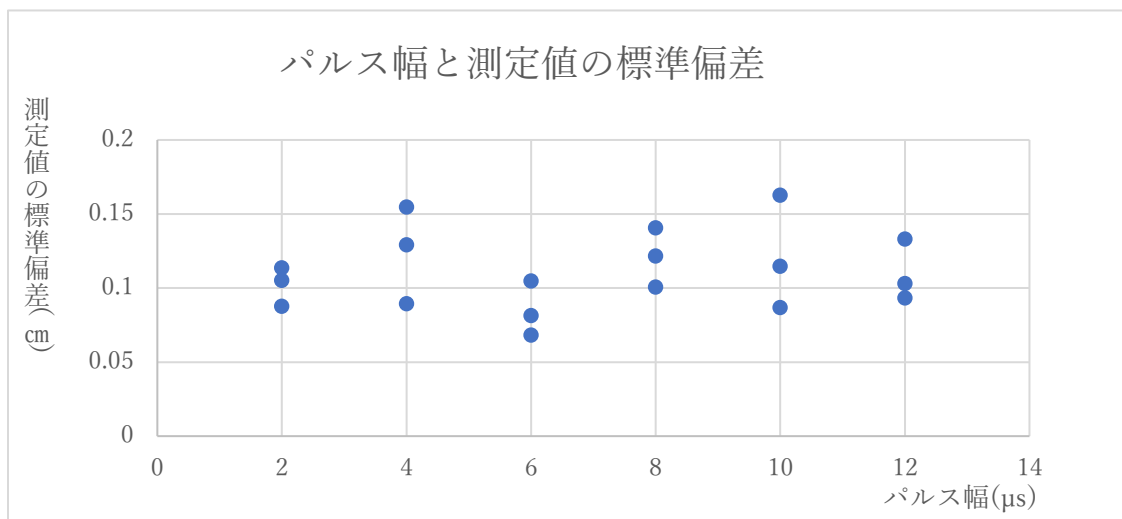
(2)超音波距離センサーの校正

静止した台車に対してセンサーで測定した距離の平均値の結果を以下に示す。



10cm から 300cm の範囲で正確に測定できることがわかった。距離の測定は約 0.015 秒間隔で行われるが、各測定値には振れ幅があり、この振れ幅を最小限にするために、超音波のパルス幅の波長を変更し、測定値の標準偏差が小さくなるものを探した。

以下は 50cm 離れた台車に対する 400 回の測定値の標準偏差で、1つのパルス幅ごとに 3 回ずつ測定したものである。



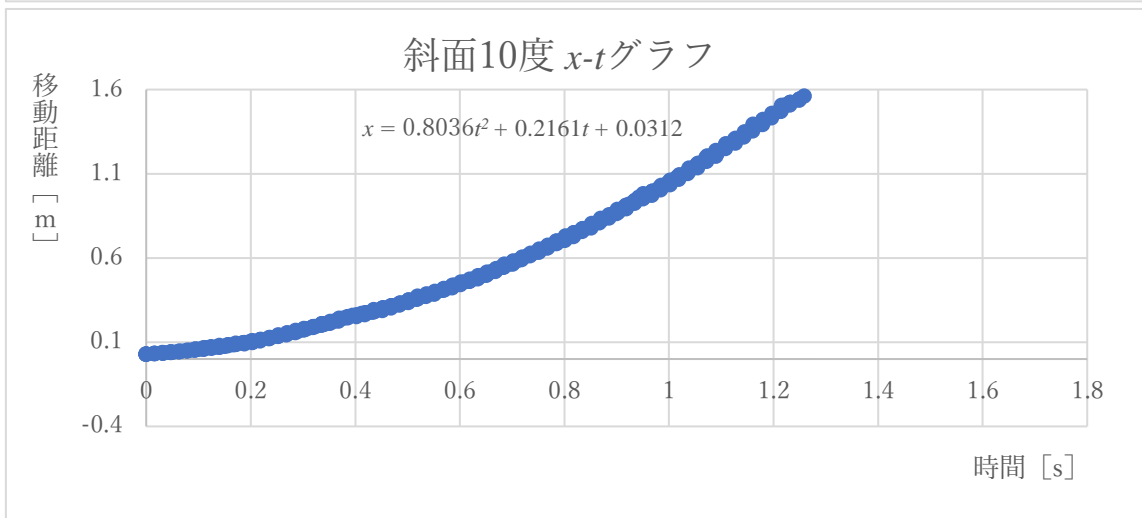
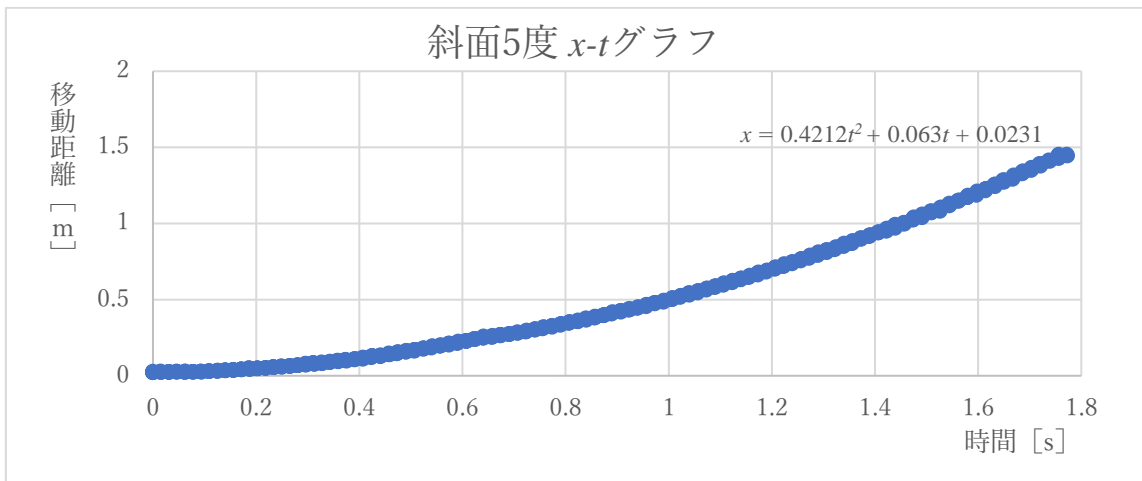
測定値には、0.1cm ほどの振れ幅があることが分かった。どのパルス幅でもそこまで大きな変化は見られなかったが、この中で標準偏差が一番小さい 6 μs を以降の実験で使用した。

さらに、この測定値は反射する面が平らでない場合、またセンサーの正面からずれている場合にぶれが大きくなることを確認した。

3 実験

(a) 斜面を下る台車の運動の測定

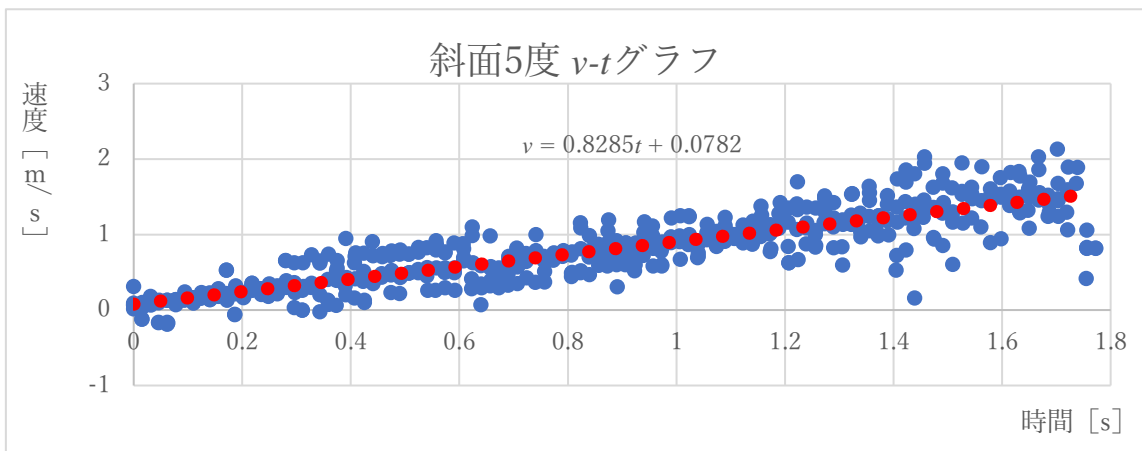
5 度の斜面と 10 度の斜面を下る台車の運動についての $x-t$ グラフを以下に示す。各角度とも 5 回ずつ測定し、すべての結果を 1つのグラフに示した。グラフの中の式は最小二乗法で求めた二次関数の近似関数である。

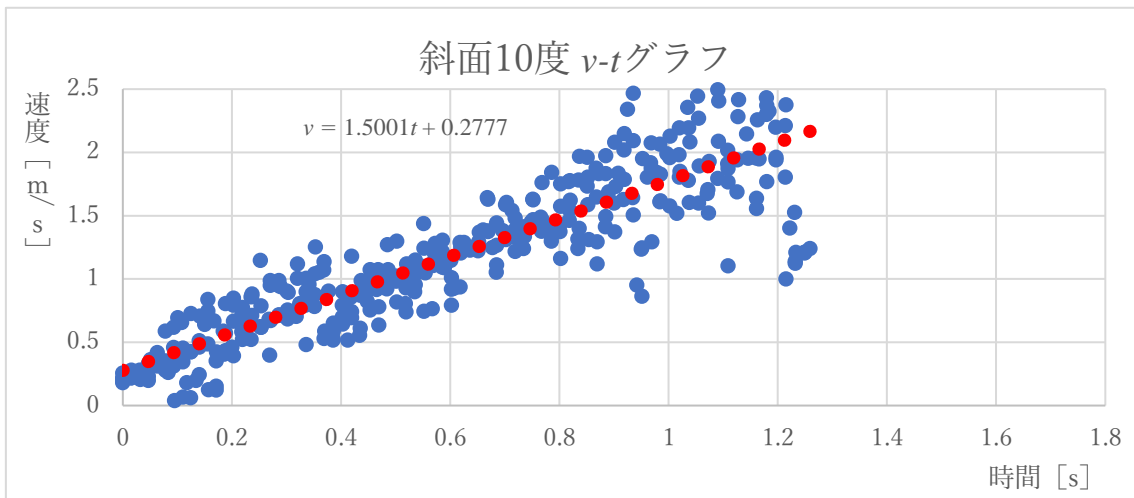


5回の測定値はいずれも非常に一致しており、高い再現性を示すことが分かった。

さらに、 $v_n = \frac{x_{n+1} - x_n}{t_{n+1} - t_n}$ としたときの $v-t$ グラフの測定値を以下に示す。5回の測定値をすべて

重ねて表示した。グラフの中の式は最小二乗法で求めた一次関数の近似関数である。





2つの測定結果から、この台車の加速度を求める方法として2つ考えられた

① 等加速度直線運動の移動距離 x は $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$ で表されるので、 $x-t$ グラフの近似関数の t^2 の係数の2倍が加速度となる。

② 等加速度直線運動の速度 v は $v = at + v_0$ で表されるので、 $v-t$ グラフの近似関数の t の係数が加速度となる。

(注：①、②のいずれの方法でも初速度 v_0 が0になっていなかった。この点は最後に考察する。)

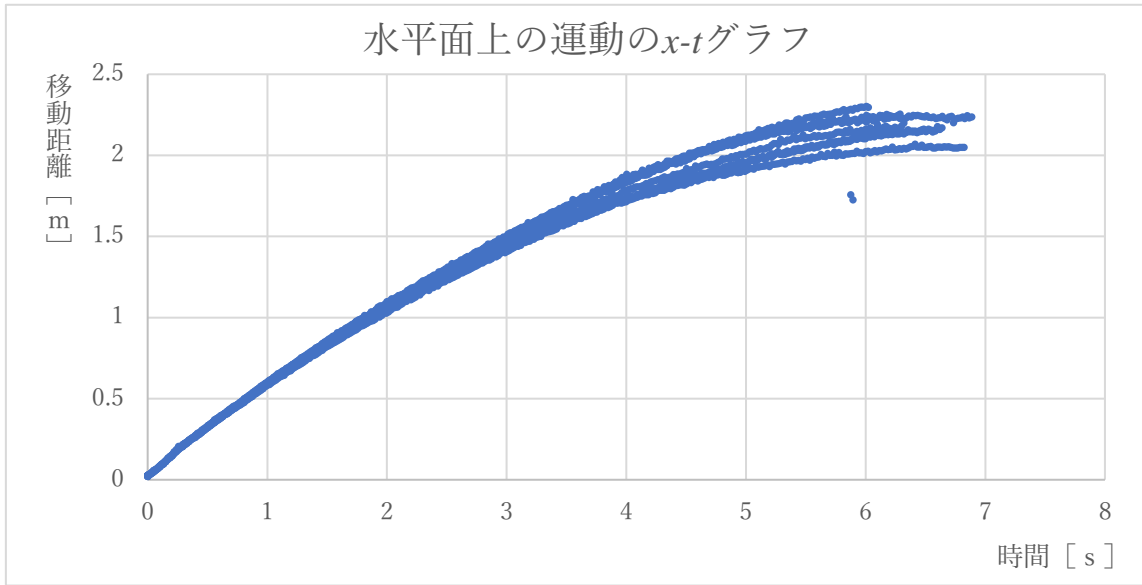
これらを表にして以下に示す。

	加速度の理論値 $g\sin\theta$ [m/s ²]	① ($x-t$ グラフより)	② ($v-t$ グラフより)
5°	0.854	0.84	0.83
10°	1.70	1.60	1.50

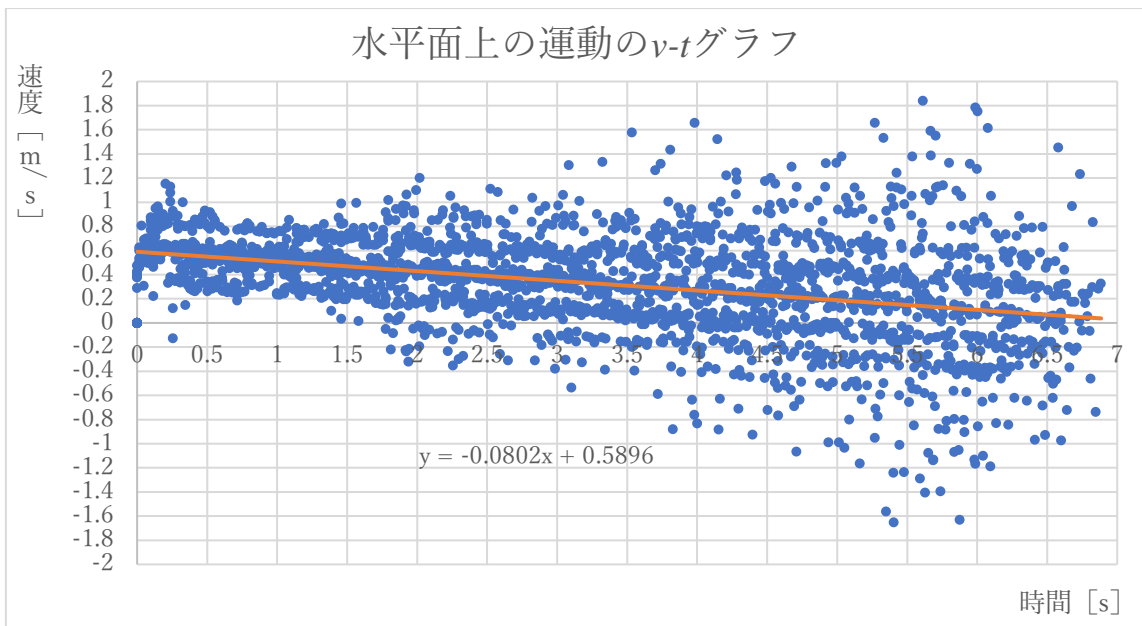
2つの方法で加速度を求めてみたところ、いずれも加速度が理論値より小さくなっている。これは、摩擦力がはたらいていることで小さくなっていると考えられた。そこで、摩擦力による加速度がどれほどなのか実験することにした。

(b) 台車の運動と摩擦力

1回1回で初速度を変化させないために、押引両用ばねばかりを利用した発射装置を用意した。これを用いて水平面上で台車を滑らせ、減速の様子を測定した $x-t$ グラフについて、7回の測定値をすべて重ねたものを以下に示す。



同様に $v-t$ グラフを以下に示す。



ばねばかりを毎回確認し、できるだけ同じ値から始めていたつもりだったが、初速度が一定でなかったのか、 $x-t$ グラフでは大きなばらつき、 $v-t$ グラフでも上下にばらつきが生まれてしまった。しかし、初速度がある程度ずれていても $v-t$ グラフの傾きがほぼ一定の値になっている。よって、速さが多少違っていても摩擦力による加速度は一定といえる。

この $v-t$ グラフの傾きから摩擦による加速度を求めたところ、0.080 という数値が得られた。

この摩擦による加速度を先ほどの(b)の表に当てはめたものを以下に示す。

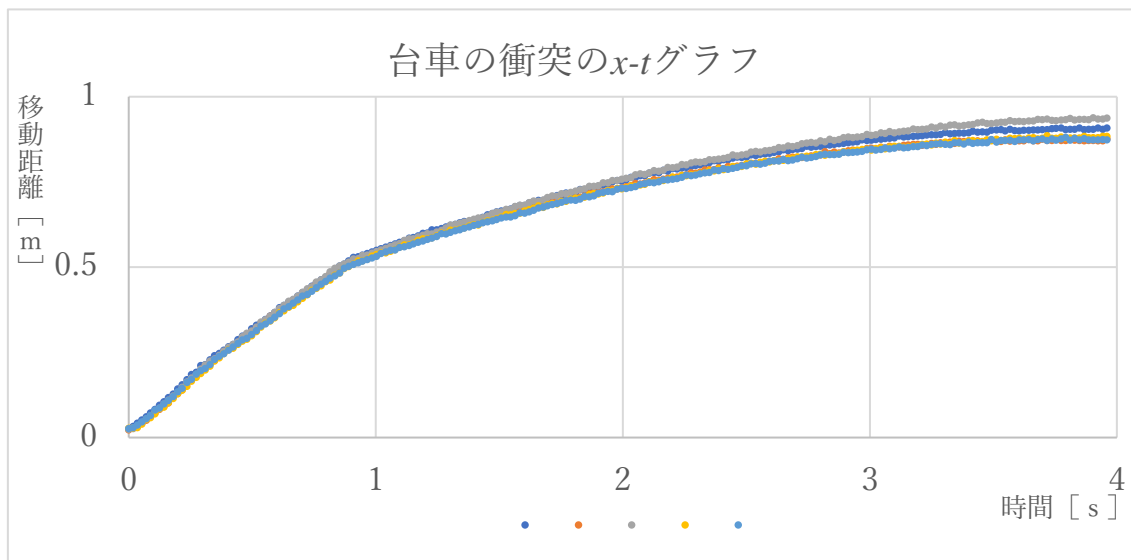
	加速度の理論 値 $g\sin\theta$ [m/s ²]	$g\sin\theta$ から摩擦 による加速度 を引いたもの	①	②
5°	0.854	0.774	0.84	0.83
10°	1.70	1.62	1.60	1.50

この表を見ると、 $\sin 10^\circ$ の測定値は理論値と非常に近い値が出ているが、 $\sin 5^\circ$ のものは理論値との差が大きくなった。

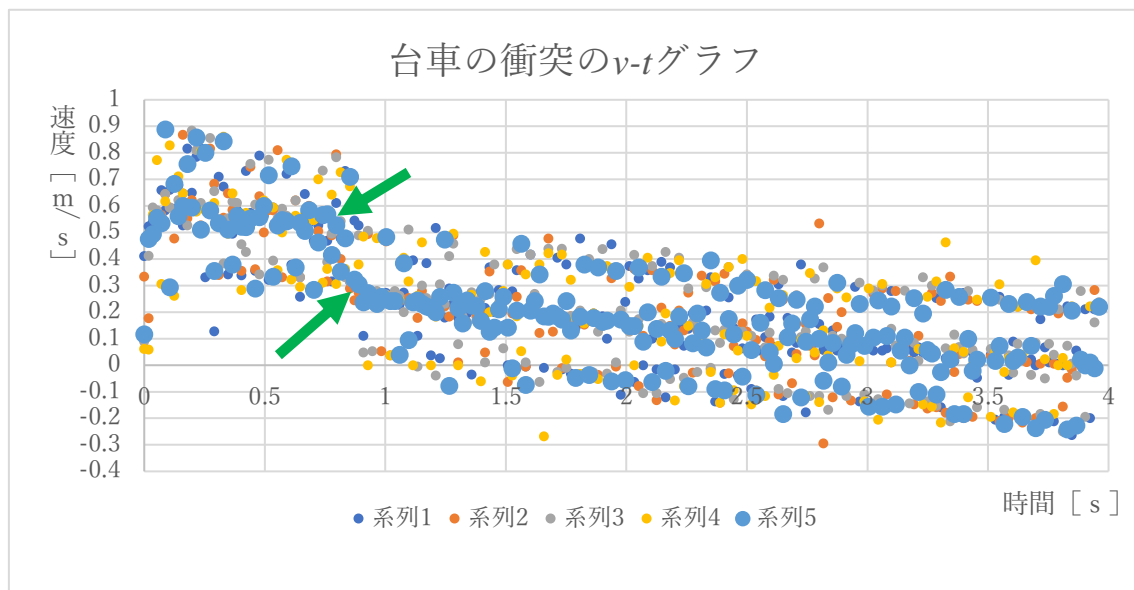
(c) 台車の衝突による運動量の変化

発射装置を用いて水平面上を発射させた台車を同じ質量の台車と衝突させる実験を行った。質量が2倍になったときに速さが $\frac{1}{2}$ となることを確かめるために、台車が衝突する際、マジックテープでくっつくようにして実験を行った。

台車の衝突と移動距離との関係についての $x-t$ グラフを以下に示す。



次に台車の衝突と速度との関係についての $v-t$ グラフを以下に示す。



衝突の瞬間の速度の変化がわかりやすいように、一つの測定結果のプロットを大きくしている。この二つのグラフを見ると、衝突の後の $x-t$ グラフの傾きが衝突前のおよそ $\frac{1}{2}$ となっていることを確認できた。

また、衝突の後の $v-t$ グラフの速度の値が衝突前のおよそ $\frac{1}{2}$ となっているのが確認できた。

4 考察

◎ v_0 が 0 にならない

測定開始に同時にボタンを押すことができないため、測定値が 3.0cm を超える少し手前の時刻を $t=0$ とした。具体的に 10° の測定では 0.02 秒前、 5° の測定では 0.1 秒前を $t=0$ とおいた。斜面の角度が 5° の測定のほうが初速度の値が小さくなっていたことから、 $t=0$ の位置をもう少し長めにとることで初速度が 0 に近い正確な近似関数が得られたのではないかと考えられる。

物体との距離が 50cm のときに標準偏差が大きくても約 0.1cm と小さな値が得られたことから、正確な測定ができているといえる。さらに、 $x-t$ グラフにおいて、きれいな放物線が得られたこと、 $v-t$ グラフでは測定値にばらつきがあるものの、何度も実験を重ねたことで傾きをはっきりと読むことができた。このような結果から、超音波距離センサーは力学台車の測定において非常に有効な手段といえる。